

شبیه سازی عددی جریان توام و آرام و انتقال حرارت سیال در مجرا با انبساط ناگهانی

رضا کریمی^۱، ابوالفضل احمدی^۲

^۱ دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد الیگودرز، الیگودرز، ایران

^۲ استادیار دانشکده فناوری های نوین گروه مهندسی سیستمهای انرژی، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

چکیده

در سال های اخیر مطالعات بر روی رفتار رئولوژیکی و انتقال حرارتی سیالات در ابزارهای صنعتی به شدت رشد کرده و نتایج حاصل، پیشرفت های چشمگیری را در این زمینه ایجاد کرده است. در این مطالعه عددی به بررسی انتقال حرارت و جریان توام سیال آب در یک کانال با وجود انبساط ناگهانی می پردازیم. هندسه مورد مطالعه در این پژوهش یک کانال دوبعدی با انبساط ناگهانی است. دیواره کانال دوبعدی تحت تاثیر شارحرارتی ثابت است. در پژوهش حاضر، بررسی عددی برای سیال با عدد رینولدز و عدد گرافش مختلف در هندسه معرفی شده انجام گرفته است. افزایش عدد رینولدز جریان باعث کاهش دمای سطح و افزایش ضریب انتقال حرارت می گردد. نتایج این تحقیق به صورت نمودارهای عددناسلت، ضریب اصطکاک، افت فشار و کانتورهای سرعت و دمای استاتیکی تشریح می شوند.

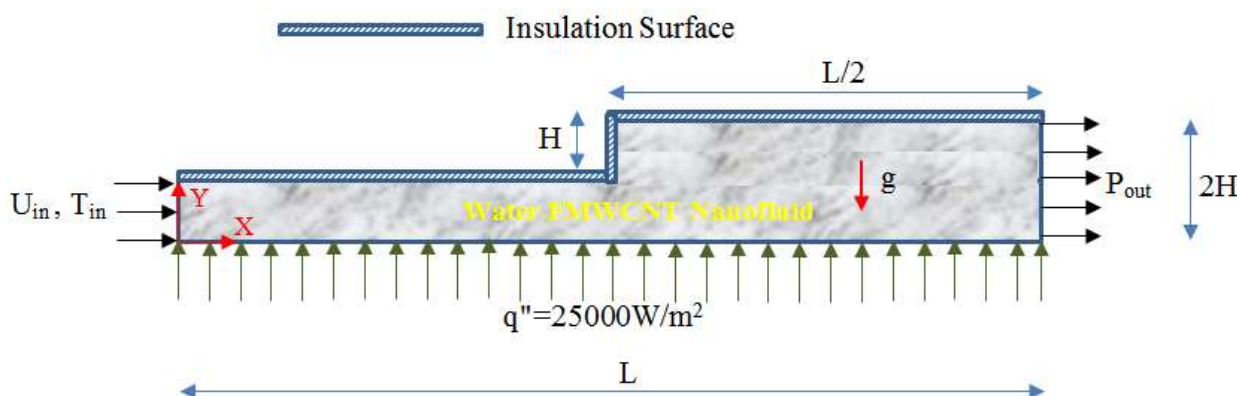
واژه های کلیدی: انتقال حرارت، سیال آب، انبساط ناگهانی، افت فشار، شار حرارتی ثابت، جریان توام.

توجه به صرفه جویی در مصرف مواد، فضا، انرژی و اقتصاد جهانی، منجر به گسترش تلاش هایی برای تولید تجهیزات مبدل های حرارتی پربازده تر در جهت کاهش هزینه ها شده است. نتیجه این تلاش ها کاهش ابعاد فیزیکی این تجهیزات برای یک ظرفیت حرارتی مشخص می باشد. از اینرو افزایش انتقال حرارت و نیز سیالات انتقال دهنده حرارت موضوع بسیاری از تحقیقات در دهه های اخیر بوده است. سیالات انتقال حرارت شرایط را برای تبادل انرژی در یک سیستم مهیا می کنند و اثرات آنها بستگی به ویژگی های فیزیکی از قبیل هدایت حرارتی، لزجت، چگالی و ظرفیت گرمایی دارد. هدایت حرارتی پایین، اغلب مهمترین محدودیت سیالات انتقال حرارت می باشد. با پیشرفت علم، تولید نانو ذرات از مواد گوناگون میسر شده است. یکی از خصایص مواد در ابعاد نانو، نسبت سطح به حجم بالای آنهاست که توانایی های خاصی به آنها بخشیده است. یکی از روش های افزایش انتقال حرارت، استفاده از نانو سیالات می باشد که اخیراً مورد توجه قرار گرفته است. سیالات به عنوان دسته مهیج جدیدی از فناوری نانو پدیدار شده اند که بر پایه سیالات انتقال حرارت می باشند و در چند سال گذشته به طور فوق العاده ای رشد کرده اند. از آنجا که سیالات عامل انتقال حرارت از قبیل آب، اتیلن گلیکول و روغن ضریب هدایت حرارتی کمی در مقایسه با فلزات مایع و اکسیدهای فلزی دارند، می توان با افزودن مواد جامد با مشخصه های حرارتی بهتر عملکرد سیالات فوق را بهبود بخشید. با افزودن ذرات جامد در مقیاس نانو به سیال پایه، بسیاری از مشکلات مربوط به سوسپانسیون های دیگر که با افزودن ذراتی با مقیاس میکرو تولید می گردند، به طور چشمگیری کاهش می یابد. این مشکلات شامل ته نشینی ذرات جامد، گرفتگی لوله ها، سایش جداره لوله ها و پمپ ها می باشند. در نانو سیالات به علت وجود ذراتی در مقیاس نانو این مشکلات کمتر اتفاق می افتد. از مزیت های مهم نانو سیالات افزایش شدید ضریب انتقال حرارت هدایتی و همچنین جابجایی بدون افزایش قابل توجه افت فشار می باشد. دانشمندان و مهندسان سعی بر این دارند تا قوانین حاکم بر خواص ترموفیزیکی این سیالات را کشف کنند، لذا سازوکارهای جدید پیشنهاد کرده و مدل های غیر معمولی را برای توضیح این رفتارها ارائه می دهند. در بسیاری از مسایل صنعتی به منظور ایجاد تغییرات در پارامترهای هیدرودینامیکی جریان سیال، از هندسه و ابعاد مختلف استفاده می شود. مجاری با انبساط و انقباض ناگهانی از جمله هندسه های پر کاربرد در بحث مسایل صنعتی هستند. شیرهای انبساط، ونتوری، اوریفیس ها و مخازن انبساط از جمله ابزارهایی صنعتی و کاربردی بحث حاضر هستند. براین اساس از گذشته تاکنون مطالعاتی توسط پژوهشگران و محققان در زمینه انتقال حرارت در ابزارهای صنعتی صورت پذیرفته است. مطهری نژاد و همکاران [۱] به بررسی انتقال حرارت جریان هوا درون مجرای با انبساط ناگهانی و در معرض شار حرارتی به طور عددی پرداختند. در این بررسی اثر تغییرات عدد رینولدز و میزان شار حرارتی بر نرخ انتقال حرارت و تغییرات دمای سطح پرداخته مورد مطالعه قرار گرفت. مشاهده شد که در منطقه جدایش و برگشت جریان، ضریب انتقال حرارت محلی به حداکثر خود و دمای سطح لوله به کمترین مقدار خود می رسد و سپس به تدریج ضریب انتقال حرارت کاهش یافته و دمای سطح افزایش می یابد. افزایش عدد رینولدز جریان باعث کاهش دمای سطح و افزایش ضریب انتقال حرارت می گردد. همچنین با افزایش نرخ شار حرارتی وارد بر لوله افزایش در میزان دمای سطح مشاهده شده است. نتایج این حل عددی با کارهای تجربی انجام شده مقایسه و سازگاری مناسبی را نشان داده است. شاه مردان و همکاران [۲] به بررسی عددی انتقال حرارت و جریان سیال دارای جدایش توربولانسی در یک مجرای حلقوی دارای انبساط ناگهانی پرداختند. در این پژوهش آنها دریافتند که با افزایش اندازه زاویه انبساطی، نرخ افزایش بیشنه ارتفاع کاهش می یابد به طوریکه اختلاف ارتفاع ماکزیمم در هر دو گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کم است. همچنین با بیشتر شدن عدد رینولدز از مقدار ۱۴۰ دیگر اندازه MHV برای گردابه بزرگتر به مقدار زاویه انبساطی بستگی ندارد. جریان سیال نیوتونی داخل هندسه انبساط ناگهانی در حالت متقارن دوبعدی توسط دیورست و همکارانش [۳] در قالب کار تجربی مورد بررسی و ارزیابی گرفت. آنها نشان دادند که برای مقادیر اعداد رینولدز کم، جریان متقارن باقی می ماند اما برای اعداد رینولدز بالاتر (بالاتر از ۵۶) به دلیل ایجاد جریان نامتقارن، گردابه هایی با اندازه های مختلف تشکیل می شود. شاپیرا و همکاران [۴] با تحلیل پایداری خطی برای جریان متقارن در انبساط ناگهانی صفحه ای، پدیده اتفاق افتاده در

طول گردابه را مورد بررسی قرار دادند. فلتچر و همکارانش [۵] در تحقیقات خود به بررسی جریان با انبساط ناگهانی متقارن پرداختند. آنها در پژوهش خود تاثیر نوع پروفیل سرعت ورودی بر روی عامل موثر بر جریان را مورد مطالعه قرار دادند. پینهو و الیویرا [۶] انبساط ناگهانی صفحه ای را مورد مطالعه قرار دادند. این پژوهش آنها دریافتند که برای اعداد رینولدز پایین، توزیع سرعت در بخش انبساطی، نسبت به شکل پروفیل سهموی خود دارای کمی انحراف است.

۲- بیان مسئله

تاکنون مطالعاتی در مورد بررسی جریان در مجاری با انبساط ناگهانی توسط محققین مورد مطالعه قرار گرفته است. اما تاکنون بررسی جریان و انتقال حرارت جابجایی توام در مجرا با انبساط ناگهانی با استفاده از سیال به طور همزمان بررسی نشده است. در این تحقیق به بررسی جریان سیال آب در هندسه معرفی شده میپردازیم. عدد گراشف در نظر گرفته در ایت پژوهش معادل ۱۰۰۰۰ و ثابت می باشد. محدوده اعداد رینولدز در این مقاله شامل محدوده ۱ تا ۱۵۰ است. به منظور تولید هندسه و مش مطلوب از نرم افزار Gambit استفاده می شود. این تحلیل با نرم افزار حجم محدود انسیس فلوئنت ۱۵ به صورت عددی انجام می پذیرد. در شکل (۱) و جدول (۱) شماتیک مسئله و ابعاد آن بررسی شده است.



شکل ۱. شماتیک مسئله بررسی شده

جدول ۱. تشریح ابعاد مسئله حل شده

L(m)	H(m)
۰,۱	۰,۰۰۵

سیال ورودی با دمای ۲۹۳ درجه کلوین وارد کانال می شود. شارحرارتی ثابت اعمالی به دیواره کانال معادل ۲۵ کیلووات بر متر مربع است. طول کانال ۰/۱ متر می باشد. از شرایط مرزی مساله شامل: سرعت و دمای ورودی در ابتدای کانال، فشار خروجی در مقطع خروجی کانال، شرط مرزی شار ثابت در دیواره پایینی و شرط دیواره عایق در دیواره بالایی کانال می باشند. محدوده بررسی و ابعاد کانال در جدول (۲) نمایش داده شده است.

جدول ۲. شرایط سیال ورودی و ابعاد کانال

Re	L(m)	q''(kW/m ²)	T _{in} (K)
۱-۱۵۰	۰,۱	۲۵	۲۹۳

خواص سیال خنک کننده در جدول (۳) تشریح شده است.

جدول ۳- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و سیال [۷].

wt%	Pr	ρ (kg/m ³)	Cp(J/kgK)	μ (Pa.S)	k(W/mK)
Water	۶,۲	۹۹۵,۸	۴۱۷۸	۷۶۵e-۶	۰,۶۲

در مجرا با انبساط ناگهانی جریان به صورت پایا، نیوتونی و آرام فرض می شود.

۳-معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان آرام سیال خنک کننده شامل معادلات پیوستگی، ممیتوم و انرژی هستند که برای حالت دائم و آرام در مختصات کارتزین حل می شوند [۸].

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۱)$$

معادلات ممیتوم:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \quad (۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{nf} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right)$$

معادله انرژی:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{C_{p,nf} \rho_{nf}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) \quad (۵)$$

از روابط (۵) تا (۸) برای محاسبه عدد ناسلت [۹]، ضریب اصطکاک [۱۰]، افت فشار [۱۱]، قدرت پمپاژ و عدد رینولدز [۱۲] و عدد گراشف [۱۳] در کانال استفاده می شود. که در این پژوهش پارامترهای عدد ناسلت و ضریب اصطکاک بر روی دیواره گرم تعریف شده است.

$$Nu(x) = \frac{hD_h}{k_f} = \frac{h \times H}{k_f} \quad (۵)$$

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \times \rho \times u_{in}^2} \quad (۶)$$

$$\Delta P = P_{out} - P_{in} \quad (۷)$$

$$Pp = u_{in} \times A \times \Delta P \quad (۸)$$

$$Re = \frac{u_{in} \times \rho \times H}{\mu} \quad (۹)$$

$$Gr_H = \frac{g \times \beta_f \times H^4 \times q''}{k_f \times \nu_f^2} \quad (۱۰)$$

۴- استقلال از شبکه:

در این قسمت به منظور مستقل شدن جوابهای میدان حل از تعداد شبکه، میزان مش سازمان یافته مستطیلی از تعداد ۷۵۰۰ مش تا تعداد ۹۰۰۰۰ مش تغییر داده می شود (جدول ۴). به منظور حصول اطمینان استقلال از مش در تحقیق حاضر برای پارامترهای هیدرودینامیکی و انتقال حرارت، دو پارامتر ضریب اصطکاک و عدد ناسلت متوسط در دیواره پایینی بررسی می - شوند.

جدول ۴- بررسی استقلال از شبکه

تعداد شبکه	Nu_{ave}	C_{fave}
۷۵۰۰	۵/۲۷۳۱۵	۰/۰۸۷۰۰۲۶۶
۳۰۰۰۰	۵/۳۰۲۰۲	۰/۰۸۸۱۳۶۶۱
۹۰۰۰۰	۵/۲۸۶۴۹۲	۰/۰۸۹۶۴۸۵۳

با توجه به نتایج به دست آمده از وابستگی شبکه و با تقریب خوب و خطایی کمتر از ۲ درصد و به منظور صرفه جویی در زمان و استفاده از حافظه کمتر در بررسی میدان عددی تعداد مش ۳۰۰۰۰ به عنوان مش بهینه انتخاب می شود. شکل (۲) نمودار همگرایی میدان حل در مانده 10^{-7} را نمایش می دهد. مشاهده می شود که در مانده مورد نظر میدان حل عددی همگرا میشود.

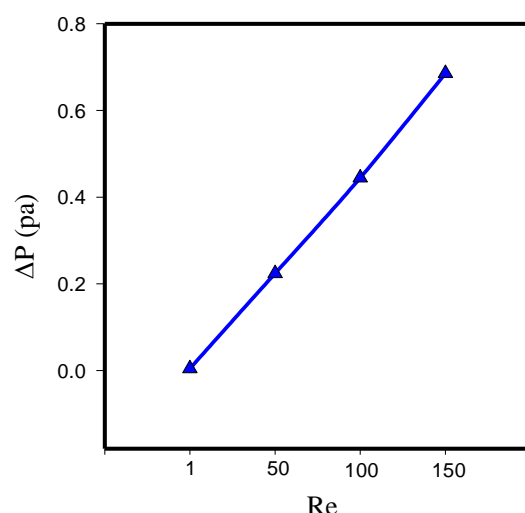
۵- روش تحقیق

در این بررسی عددی از نرم افزار حجم محدود Fluent ۱۵ به منظور حل میدان عددی استفاده شده است. از الگوریتم SIMPLEC و از روش گسسته سازی مرتبه دوم برای معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی استفاده می شود. همچنین برای دستیابی به حداقل خطای محاسباتی از ماکزیمم مانده 10^{-7} استفاده می شود.

۶- نتایج:

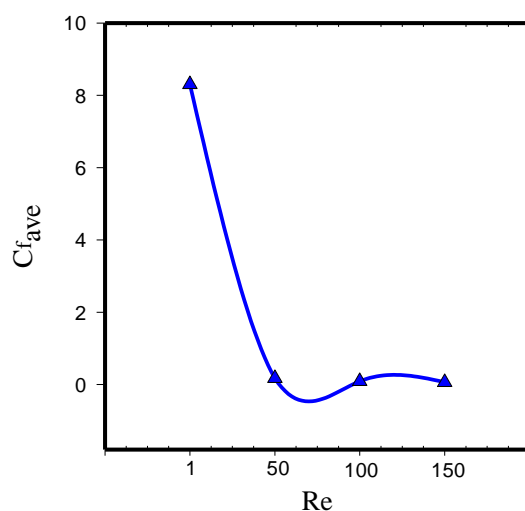
نتایج به دست آمده از حل این مسئله شامل بررسی ضریب اصطکاک، عدد ناسلت، افت فشار، قدرت پمپاژ و کانتورهای سرعت و دما در راستای طول کانال است.

شکل (۳) نمودار افت فشار متوسط در محدوده اعداد رینولدز در این تحقیق را نمایش میدهد. همان طور که در شکل (۳) مشاهده می شود میزان افت فشار بیشتر تابع بوجود آمدن گردابه ها و جریان های ثانویه ایجاد شده در جریان می باشد. این گردابه ها تاثیر چشمگیری در افزایش میزان افت فشار دارند. با افزایش عدد رینولدز به علت افزایش یافتن سرعت سیال تلفات ممنتوم به طور چشمگیری افزایش می یابد. از اینرو با افزایش عدد رینولدز سطح نمودار افت فشار به صورت چشمگیری افزایش یافته است. در اعداد رینولدز ۱ به علت اینکه حرکت سیال به صورت لایه ای تر و انتقال استهلاک ممنتوم از لایه های زیرین سیال به لایه های بالاتر کندتر صورت می پذیرد، میزان افت فشار در اعداد رینولدز پایین تر کمتر است.



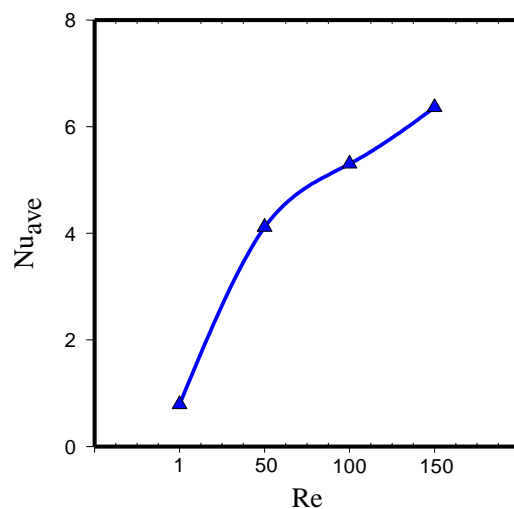
شکل ۳. نمودار افت فشار متوسط در محدوده اعداد رینولدز مختلف

شکل (۴) نمودار ضریب اصطکاک متوسط در اعداد رینولدز مختلف برای سیال خنک کننده آب خالص را نمایش میدهد. با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک پوسته ای کاهش می یابد. با افزایش عدد رینولدز ضخامت لایه مرزی و در نتیجه اثرات اصطکاکی کاهش می یابد و در نتیجه f کاهش یافته است. درحقیقت در جریان با سرعت پایین، سیال خنک کننده تمایل به لمس تمامی سطوح کانال را دارد. با افزایش سرعت و توده ای شدت حرکت سیال بسیاری از نواحی نزدیک به دیواره در ناحیه هسته غیرلزج واقع میشوند که با لمس نکردن این سطوح توسط سیال خنک کننده خصوصا در جریانهای آشفته، تاثیر بسزایی در کاهش ضریب اصطکاک دارند.



شکل ۴. نمودار ضریب اصطکاک متوسط در اعداد رینولدز مختلف

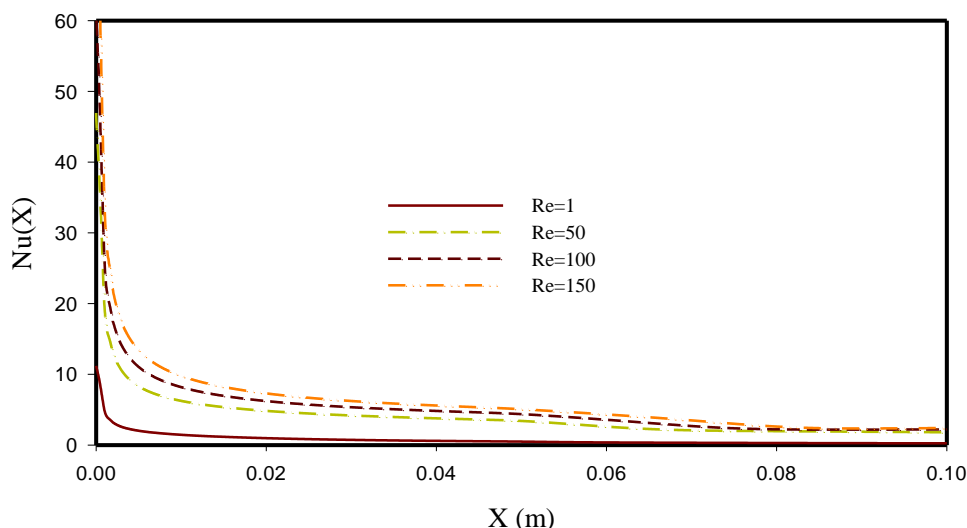
شکل (۵) نمودار عدد ناسلت متوسط در محدوده اعداد رینولدز مختلف در را تشریح میکند. در کلیه اعداد رینولدز بررسی شده با افزایش سرعت سیال مکانیزمهای انتقال حرارت مانند مکانیزم جابجایی اجباری تقویت میشوند و ضریب انتقال حرارت و عدد ناسلت افزایش می یابند. چراکه افزایش سرعت سیال تقویت ضریب انتقال حرارت جابجایی اجباری را در پی دارد. بیشترین میزان عدد ناسلت مربوط به عدد رینولدز ۱۵۰ و کمترین مقدار آن مربوط به عدد رینولدز ۱ است.



شکل ۵. نمودار عدد ناسلت متوسط در محدوده اعداد رینولدز مختلف

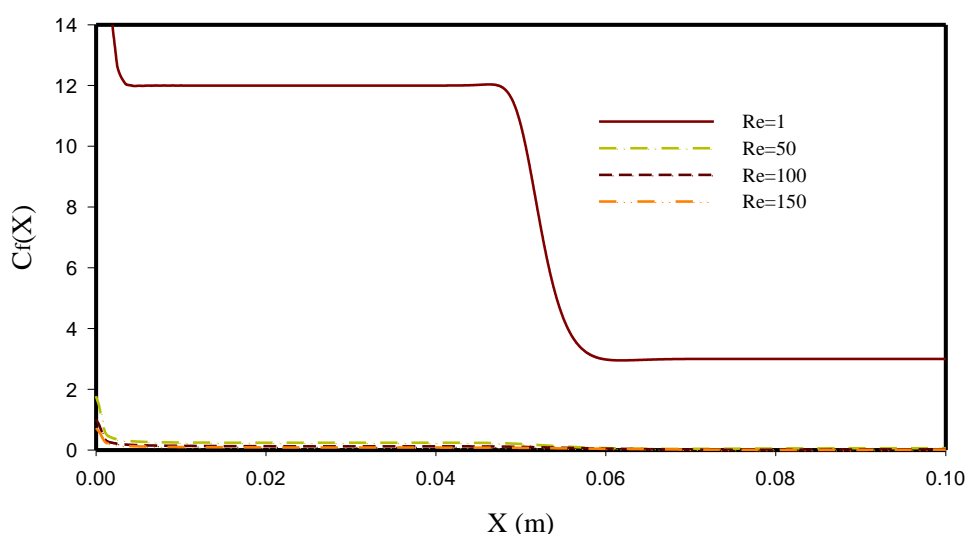
شکل (۶) نمودار تغییرات عدد ناسلت موضعی در راستای طول کانال را تشریح میکند. در شکل (۶) تغییرات عدد ناسلت موضعی در راستای طول کانال در دیواره زیرین کانال در اعداد رینولدز ۱، ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ نشان داده شده است. با توجه به بیشتر شدن سرعت سیال در اعداد رینولدز بالاتر، ضریب جابجایی حرارتی سیال افزایش یافته و در نتیجه عدد ناسلت افزایش

می یابد. دلیل دیگر این افزایش در عدد ناسلت در عدد رینولدز بالاتر ناشی از شتاب گرفتن فرآیند مبادله انرژی در سیال خنک کننده به دلیل حرکات تصادفی ملکولهای سیال خنک کننده در داخل کانال می باشد. این فرآیند باعث می شود توزیع دمای یکنواخت تر میشود و در نتیجه نرخ انتقال حرارت بین دیواره و سیال افزایش می یابد. در ابتدای کانال به علت عدم تشکیل ضخامت لایه مرزی حرارتی بیشترین نرخ انتقال حرارت از دیواره با سیال صورت می پذیرد. در انتهای کانال به علت توسعه یافتن جریان سیال خنک کننده انتقال حرارت بین سیال و دیواره کاهش یافته در نتیجه عدد ناسلت کاهش می یابد.



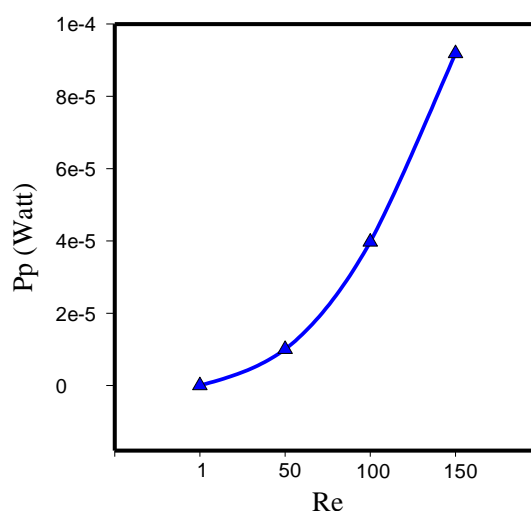
شکل ۶. نمودار عدد ناسلت موضعی در راستای طول کانال

شکل (۷) نمودار ضریب اصطکاک موضعی در راستای طول کانال در اعداد رینولدز مختلف را نمایش می دهد. تغییرات سرعت در طول کانال ناشی از تغییرات مقطع در اعداد رینولدز پایین تاثیر بسزایی بر رفتار ضریب اصطکاک دارد. ایت تغییرات در عدد رینولدز ۱ ماکزیمم مقدار است و در نواحی انبساط ناگهانی در کانال به علت نفوذ جریان کانال کوچکتر در کانال با ارتفاع بیشتر تا حدود زیادی ضریب اصطکاک کاهش می یابد. این تغییرات ناگهانی در اعداد رینولدز بالاتر چندان چشمگیر نیست.



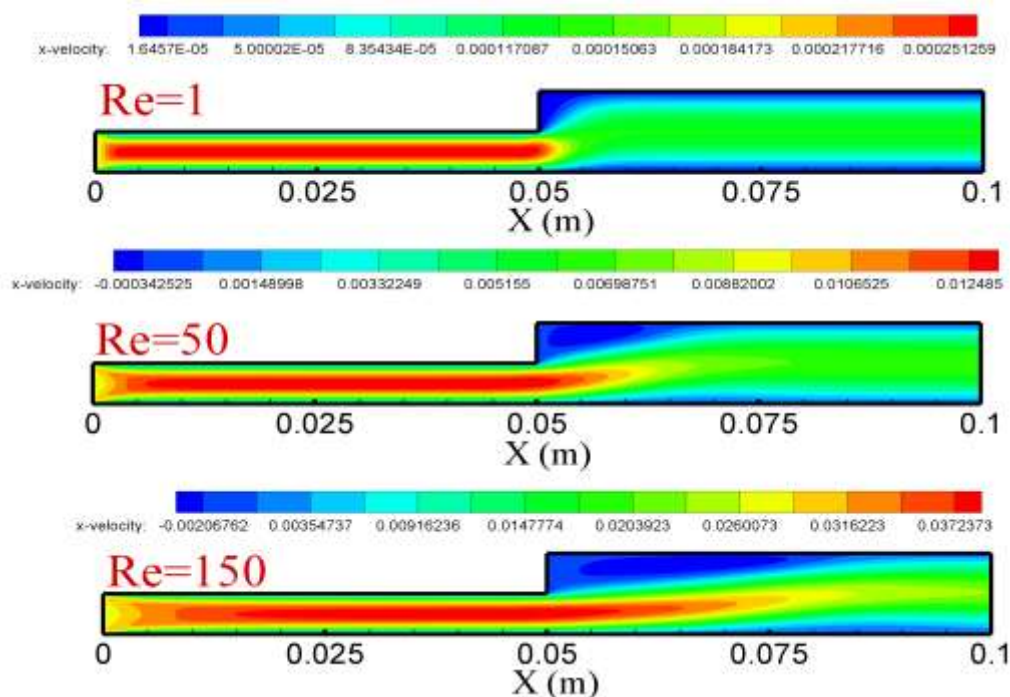
شکل ۷. نمودار ضریب اصطکاک موضعی در راستای طول کانال

شکل (۸) نمودار قدرت پمپاژ در اعداد رینولدز مختلف را نمایش میدهد. با افزایش عدد رینولدز میزان دبی جریان و افت فشار افزایش می یابند و در نتیجه میزان قدرت پمپاژ نیز افزایش می یابد. برای دستیابی به سرعت سیال نیازمند استفاده از پمپ - های قوی تر هستیم.

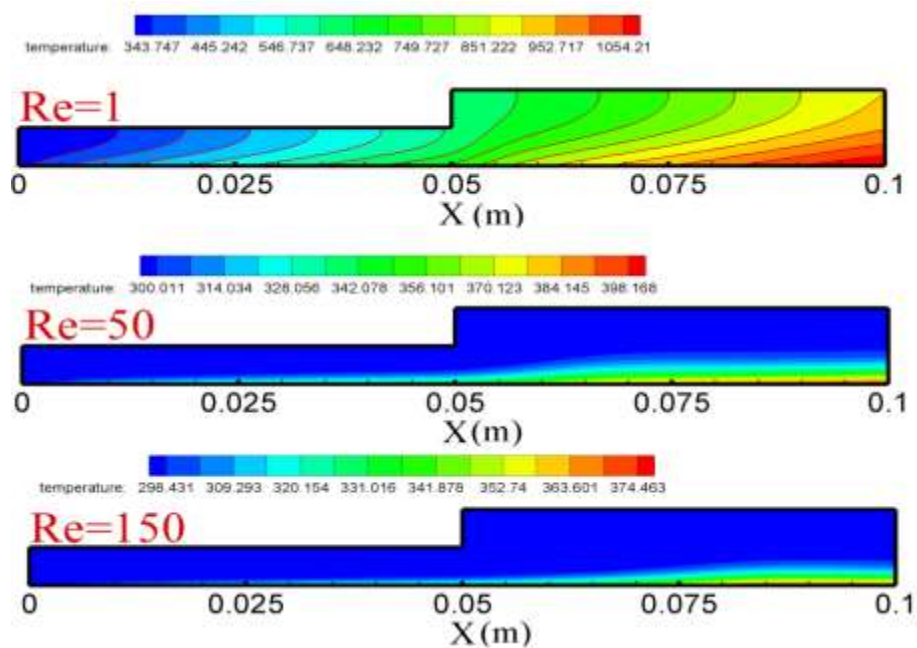


شکل ۸. نمودار قدرت پمپاژ در اعداد رینولدز مختلف

شکل های (۹) و (۱۰) کانتورهای سرعت محوری و دمای استاتیکی در راستای طول کانال را نمایش می دهد. تغییرات مقطع کانال (انبساط ناگهانی) در راستای طول کانال تاثیر بسزایی در رفتار هیدرودینامیکی و انتقال حرارتی جریان سیال خنک کننده دارد. از اینرو باز شدگی کانال باعث تغییرات مولفه های سرعتی سیال در راستاهای X و Y میشود که این عامل باعث برهم زدن لایه مرزی سرعتی و حرارتی در طول کانال میشود. و کاهش سرعت سیال، کاهش افت فشار و ضریب اصطکاک و کاهش عد ناسلت در این ناحیه را به همراه دارد.



شکل ۹. کانتورهای سرعت محوری در راستای طول کانال



شکل ۱۰. کانتورهای دمای استاتیکی در راستای طول کانال

۷-پیشنهادهات

برای ادامه این تحقیق پیشنهاد میشود:

- ۱- میتوان بجای استفاده از سیال آب از سیال در کسر حجمی یا جرمی مختلف استفاده کرد
- ۲- میتوان محل انبساط ناگهانی را جابجا کرد و تاثیر این تغییرات بر روی جریان سیال و انتقال حرارت بررسی کرد.

۳- در ادامه بررسی میتوان محل انبساط ناگهانی را به صورت زاویه دار بررسی کرد.

مراجع

۱. مطهری نژاد، محسن؛ سعید شهرکی؛ رضا تیرگر و حسین بیسادی، ۱۳۹۲، شبیه سازی عددی انتقال حرارت به جریان سیال دارای جدایش توربولانسی در یک مجرای حلقوی دارای انبساط ناگهانی، کنفرانس ملی مهندسی مکانیک ایران، شیراز، دانشگاه شیراز، موسسه بین المللی آموزشی و پژوهشی خوارزمی صفاشهر.
۲. محمد محسن شاه مردان، محمود نوروزی، امین شهبانی ظهیری، مطالعه عددی پارامترهای جریان نیوتنی در کانال با انبساط تدریجی، مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه ها و شاره ها، دوره ۲/ شماره ۱/ بهار ۹۱/ صفحه ۶۷ تا ۸۲.
۳. Durst F, Melling A, Whitelaw JH (۱۹۷۴) Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion. J Fluid Mech ۶۴: ۱۱۱-۱۲۸.
۴. Shapira M, Degani D, Weihs D (۱۹۹۰) Stability and existence of multiple solutions for viscous flow in suddenly enlarged channels. Comp.Fluids ۱۸: ۲۳۹-۲۵۸.
۵. Fletcher DF, S.J. Maskell SJ, Patrick MA (۱۹۸۵) Heat and mass transfer computations for laminar flow in an axisymmetric sudden expansion. Comp Fluids ۱۳: ۲۰۷-۲۲۱.
۶. Pinho FT, Oliveira PJ, Miranda JP (۲۰۰۳) Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion. Int J of Heat and Fluid Flow ۲۴: ۷۴۷-۷۶۱.
۷. Zahra Nikkhah, Arash Karimipour, Mohammad Reza Safaei, Pezhman Forghani-Tehrani, Marjan Goodarzi, Mahidzal Dahari, Somchai Wongwises, Forced convective heat transfer of water/functionalized multi-walled carbon nanotube nanofluids in a microchannel with oscillating heat flux and slip boundary condition, International Communications in Heat and Mass Transfer ۶۸ (۲۰۱۵) ۶۹-۷۷.
۸. A.H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi, Effect of magnetic field on natural convection in triangular enclosure filled with nanofluid, Int. J. Therm. Sci. ۵۹ (۲۰۱۲) ۱۲۶-۱۴۰.
۹. S.M. Aminossadati, A. Raisi, B. Ghasemi, Effects of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel, Int. J. Non Linear Mech. ۴۶ (۲۰۱۱) ۱۳۷۳-۱۳۸۲.
۱۰. Arash Karimipour, Habibollah Alipour, Omid Ali Akbari, Davood Toghraie Semiromi and Mohammad Hemat Esfe, "Studying the effect of indentation on flow parameters and slow heat transfer of water-silver nanofluid with varying volume fraction in a rectangular Two-Dimensional microchannel", Indian Journal of Science and Technology, Vol ۸(۱۵), ۵ ۱۷ ۰۷, July ۲۰۱۵.
۱۱. Chuan Leng, Xiao-Dong Wang, Tian-Hu Wang, An improved design of double-layered microchannel heat sink with truncated top channels, Applied Thermal Engineering ۷۹ (۲۰۱۵) ۵۴۶-۵۴۶۲.
۱۲. Omid Ali Akbari, Davood Toghraie and Arash Karimipour, Numerical simulation of heat transfer and turbulent flow of water nanofluids copper oxide in rectangular microchannel with semi attached rib, Advances in Mechanical Engineering, ۲۰۱۶, Vol. ۸(۴) ۱-۲۵.

۱۳. S. Alikhani, A. Behzadmehr, M. Saffar-Avval, Numerical study of nanofluid mixed convection in a horizontal curved tube using two-phase approach, Heat Mass Transfer (۲۰۱۱) ۴۷:۱۰۷-۱۱۸.
۱۴. Atluri, S.N. and Shen, S. (۲۰۰۲), "*The Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method*", Tech Science Press, USA.